

Procentregning, renteformlen og annuitet.

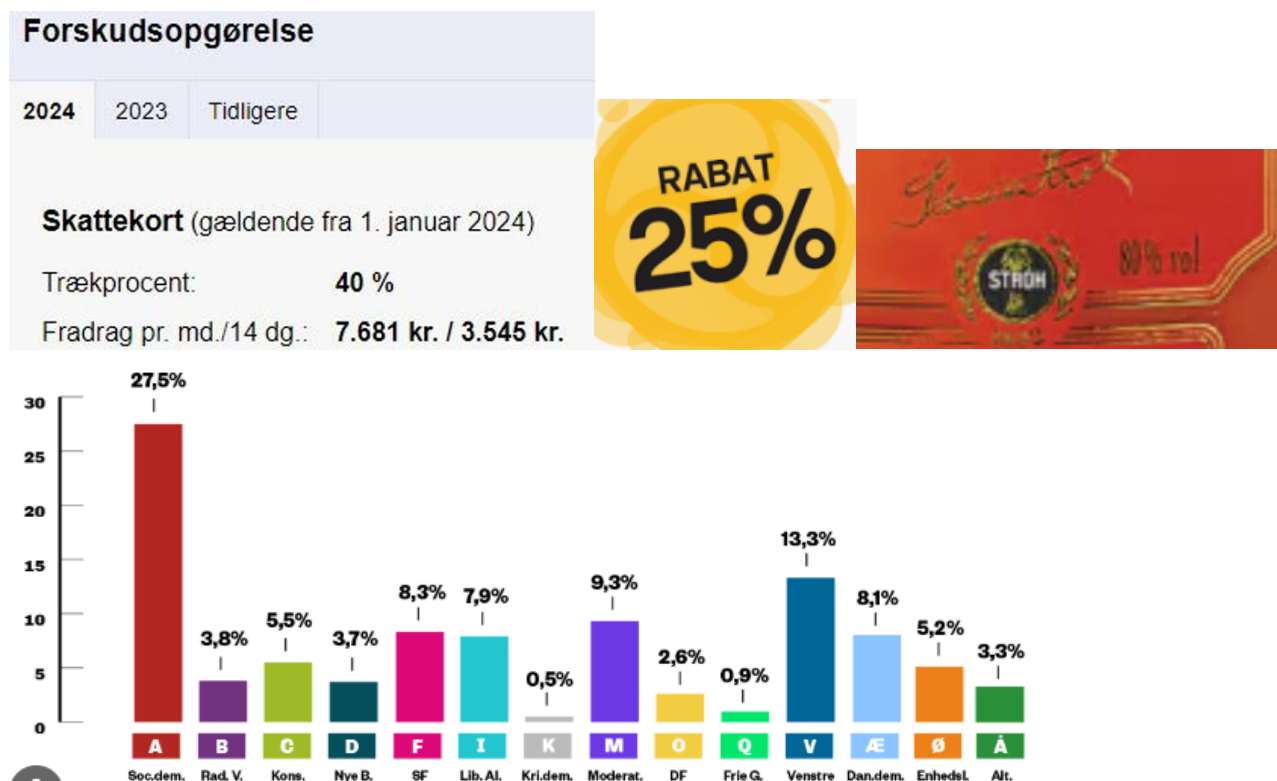
Indhold

Procentregning, renteformlen og annuitet.....	1
Professionsrettet	2
Procentregning.....	3
At tage	3
Hvor mange procent er det?	3
At lægge p% til.....	4
Autentiske case fra sygeplejeskolen.....	4
Hvor mange procent er størrelsen steget?	5
Procentvis fald.....	5
Opgave 1:.....	5
Opgave 2:.....	6
Opgave 3:.....	6
Opgave 4:.....	6
Opgave 5:.....	6
Opgave 6:.....	6
Økonom	6
Renteformlen	7
Opgave 7:.....	8
Opgave 8:.....	8
Opgave 9:.....	8
Opgave 10:.....	8
Opgave 11:.....	8
Annuitet (supplerende stof)	9
Annuitetsopsparing.....	9
Sætning: (Opsparingsannuitet).....	10

Eksempler på beregninger i en opsparingsannuitet.....	10
Annuitetslån.....	13
Eksempler på beregninger i en gældsannuitet.....	13
Opgaver Annuitets-opsparing og lån:.....	15
Lidt mere virkelighed - bliv klogere på begreber.....	19
Gruppeopgave finansøkonom.....	25

Professionsrettet

I jeres kommende profession (arbejde, uddannelse..) kan I stort set ikke komme uden om begrebet *procent* uanset om I skal læse til sygeplejerske, læse til økonom, læse til laborant, være butiksassistent osv. Derfor er det et vigtigt alment dannede begreb som I meget gerne skulle få en forståelse for.



Procentregning.

Læs og regn (med):

Procent betyder *pr. hundrede* eller *hundrededele*.

Forskudsopgørelse			
2024	2023	Tidligere	
Skattekort (gældende fra 1. januar 2024)			
Trækprocent:		40 %	

Derfor betyder en trækprocent på 40%, at for hver 100 kr. skal 40 kr. af dem gå til skattevæsnet (40 ud af 100 dele).

At tage

I forlængelse heraf kan vi regne på hvad 40% af 1200 kr. er - Vi **"tager"** 40% af 1200 kr.

$$\frac{40}{100} \text{ af } 1200 \text{ kr}$$

$$\frac{40}{100} \cdot 1200 \text{ kr} = 480 \text{ kr}$$

Vi kunne også skrive $0,4 \cdot 1200 \text{ kr} = 480 \text{ kr}$

Altså ud af de 1200 kr. skulle 480 kr. betales i skat.

Hvor mange procent er det?

En person vinder 50 000 kr. og skal betale 7500 kr. i gevinstafgift.

Afgiften **udgør**

$$\frac{7500}{50000} \cdot 100\% = 15\%$$

15 hundrededele af de 50000 kr. svarer til 7500 kr.

Hver del, af de hundrede dele, svarer til 500 kr. og dem har vi 15 af.

At lægge p% til

I Danmark lægges der moms på alle vare som man handler i Danmark. Momsen er 25%.

Hvis en varer derfor koster 1500 kr. inden moms vil den i butikkerne koste:

Fra folkeskolen har I lært følgende.

Hvad svarer 25% til:

$$1500 \text{ kr} \cdot 0,25 = 375 \text{kr}$$

Vi lægger de 375 kr. til:

$$1500 \text{ kr} + 375 \text{ kr} = 1875 \text{ kr}$$

Men der findes en hurtigere måde:

$$1500 \cdot 0,25 + 1500 = 1500 \cdot (0,25 + 1)$$

Så i stedet for først at udregne de 25% og lægge resultatet til de 1500 kr. kan vi klare hele udregningen på en gang ved at gange med $1 + 0,25$.

Generelt:

$$1 + \frac{p}{100}, \text{ hvor } p \text{ er procenten vi ønsker at lægge til}$$

(skrives normal som $1+r$ og kaldes samlet for *fremskrivningsfaktoren*)

Autentiske case fra sygeplejeskolen

Teoretisk viden:

Kroppens behov for væske er 30 ml pr. kg. kropsvægt i døgnet. Ved temperaturforøgelse stiger væskebehovet med 10% pr. grad.

Case:

Peter Olsen har lungebetændelse og har kun drukket sparsomt. I går aftes blev han indlagt på hospitalet. På sengebordet står to urørte glas med vand. Han har feber, er træt og orker ikke at drikke noget. Hans læber er tørre og han vil gerne sove.

Hvor meget væske skal Peter indtage?

- Hvilket spørgsmål er relevant at stille?
- Hvilken data har vi brug for?

Normal-temperaturen for personer svinger mellem $36,1^{\circ}\text{C}$ og 38°C . Men situationen forenkles og sættes til 38°C .

Peter har 1°C i feber (temperaturen er målt til 39°C) og vejer 87 kg.

Han skal derfor have:

$$87 \cdot 30 \text{ ml} = 2610 \text{ ml}$$

Desuden skal han yderligere have 10% pr. feber-grad, derfor:

$$2610 \text{ ml} \cdot (1,1) = 2871 \text{ ml}$$

Svarende til ca. 2,87 liter.

Hvor mange procent er størrelsen steget?

Vi kan også bruge formlen (fremskrivningsfaktoren) til at svare på, hvor mange procent en størrelse er steget.

En varer er steget fra 75 kr. til 100 kr., hvor mange procent er den steget?

$$\frac{100}{75} = \frac{4}{3} \approx 1,333333333$$

Fremskrivningsfaktoren er altså ca. 1,33 hvilket vil sige at varen er steget med:

$$F = 1 + r = 1,33$$

$$r = 1,33 - 1 = 0,33 \text{ svarende til } 33\%$$

Procentvis fald

Vi kan også bruge fremskrivningsfaktoren ved fald.

En varer koster 500 kr. men nedsættes med 25%. Her er vores r negativ, nemlig $-0,25$

$$500 \cdot (1 - 0,25) = 375$$

Varen koster, efter nedsættelse, 375 kr.

Opgave 1:

Hvad er 35 % af 12125?

Hvad er 70% af 354?

Opgave 2:

Hvor mange procent udgør

123 af 491

0,27 af 5,57

Opgave 3:

I en kommune med 56000 stemmeberettigede indbyggere blev en afstemning om bygningen af et storcenter afholdt.

For bygningen	Imod bygningen	Blank stemme	Ikke afgivne stemmer
21565	12123	9500	?

- a) Hvor mange afgav ikke en stemme?
- b) Hvor mange procent stemte imod?
- c) Hvor mange procent stemte for?

Opgave 4:

Læg 23% til 555 vha. af fremskrivningsfaktoren.

Opgave 5:

Hvad er den procentvise stigning når:

Et par sko stiger fra 3500 kr. til 4156 kr.

Temperaturen stiger fra 17 grader til 19 grader.

Opgave 6:

En varer koster 16 kr. og falder med 30%. Hvad koster den efter faldet i pris?

Økonom

I det næste skal vi kigge på den centrale formel, **Renteformlen**. Selvom princippet bag renteformlen ofte sættes i en finansiell kontekst, er princippet også relevant i en hel række andre sammenhænge. Dog vil vi her sætte den i en finansiell kontekst som

professionsrettet især har relevans for økonomi-studier som f.eks. finans-, handels- og markedsføringsøkonom.

Flere af de kommende opgaver kunne lige så godt være stillet i en bog i disse studier.

Renteformlen

I har nu lært at man kan bruge *fremskrivningsfaktoren til bl.a. at lægge procenter til et tal*.

Forstil jer, at der indsættes 100 kr. på en konto og man får 1% i rente om året.

Hvordan udvikler disse penge sig?

Vi indfører variabelen K_n som beskriver kapitalen efter n år også kaldet slutkapital.

$$k_0 = 100$$

$$k_1 = 100 \cdot 1,01 = 101 \text{ (efter 1. rente)}$$

$$k_2 = 101 \cdot 1,01 = 100 \cdot 1,01 \cdot 1,01 = 100 \cdot 1,01^2 = 102,01 \text{ (efter 2. rente)}$$

$$\begin{aligned} k_3 &= 102,01 \cdot 1,01 = 100 \cdot 1,01 \cdot 1,01 \cdot 1,01 = 100 \cdot 1,01^3 \\ &= 103,0301 \text{ (efter 3. rente)} \end{aligned}$$

Vi kan nu ræsonnere os frem til, at der er et mønster.

$$k_4 = 100 \cdot 1,01^4$$

$$k_5 = 100 \cdot 1,01^5$$

....

$$k_n = 100 \cdot 1,01^n$$

Hvis vi indfører variablene

k_0 (startkapital), r (rente), n (antal terminer) og k_n (slutkapital)

Kan vi opskrive formelen:

$$k_n = k_0 \cdot (1 + r)^n$$

også kaldet **renteformlen**.

Formlen er ikke kun knyttet til penge, men til alle mulige situationer der følger princippet om, at:

Vi starter med en fast størrelse som vokser %-vis efter en fast periode.

Opgave 7:

En bank tilbyder 2,25% i årlig rente på en højrentekonto.

En onkel indsætter 10000 kr. på en sådan højrentekonto som konfirmationsgave til sin nevø.

- a) Bestem beløbet på højrentekontoen efter 4 år.
- b) Hvor mange år går der i alt, før beløbet overstiger 13000 kr.?

Opgave 8:

Kirsten indsætter et beløb på en konto til en fast årlig rente på 1,75%.

Efter 8 år står der 22977,64 kr. på kontoen.

- a) Hvor stort et beløb indsatte Kirsten på kontoen?

Opgave 9:

Der indsættes 15000 kr. på en konto med en fast årlig procentvis rente. Efter 10 år med denne rente står der 18465 kr. på kontoen.

- a) Bestem den årlige procentvise rente.

Opgave 10:

En person indsætter 50000 kr. på en konto til en fast årlig rente på 4%.

- a) Hvor stort et beløb står der på kontoen efter 12 år?
- b) Hvor mange år går der i alt, inden beløbet er blevet fordoblet?
- c) Vil den tid der går til beløbet fremover er fordoblet, være konstant?

Opgave 11:

I en bank indsætter Rikke 10000 kr. til en fast årlig rente på 2,5%.

- a) Hvor stort et beløb står der på Rikkens konto efter 5 år?

Samme dag som Rikke indsætter Peter 12000 kr. på en konto til en fast årlig rente på 1,3%.

- a) Løs ligningen $10000 \cdot 1,025^x = 12000 \cdot 1,013^x$.

Nettet boomer med "gode" muligheder for at låne penge til alt det man ikke kan undvære. Låneudbydere "slår om sig" med en masse fine ord som ÅOP, ydelse, debitorrente, kreditomkostninger osv. Men har I styr på dem?

Start din ansøgning her

g beløb: **5.000 kr.** Vælg løbetid: **12 mdr.**

10 kr. 15.000 kr. 12 mdr. 36 mdr.

Din månedlige ydelse: **482 - 519 kr.**

n månedlig ydelse er baseret på variabel årlig debitorrente 9,90 - 26,08%, ÅOP 31,30% - 51,50%. Samlet beløb, der skal betales tilbage er kr. 5.781 - 6.215 kr., inkl. kreditomkostninger kr. 781 - 1.215 kr.. I beregningen er inkluderet oprettelsesgebyr på 495 kr.. Løbetid min. 12 måneder - maks. 36 måneder. Maks. ÅOP 1,50%. Alle beregninger er baseret på betaling via HomeBanking. Ansøger må ikke være registreret i RKI og skal opfylde kriterier for samlet kreditvurdering.

I dette forløb skal i meget gerne blive meget klogere på, hvad der ”gemmer sig” bag alle de mange begreber som knytter sig til lån. Men forud for alt dette skal vi kigge på det som kaldes annuitets-opsparing og -lån, som (stadigvæk) er den mest almindelige måde at låne på.

En **annuitetsopsparing** er en opsparing hvor man ved hver termin indsætter det samme beløb. *Læg mærke til forskellen på dette og renteformlen.*

Indsætter man f.eks. 1000 kr. hvert år på en konto, hvor renten er 4% p.a. sker der følgende:

- 1000 kr. indsættes på kontoen,
- et år efter er de vokset til $1,04 \cdot 1000 = 1040$, der indsættes nu yderligere 1000 kr. på kontoen, så står der i alt 2040,
- efter yderligere et år er de vokset til $1,04 \cdot 2040 = 2121,6$ kr., når der indsættes 1000 kr. på kontoen, står der nu 3121,6 kr.

Hvis man skulle beregne, hvad der stod på kontoen efter 21 år, ville det blive en meget lang udregning. Derfor er det mere nyttigt at have en formel til at beregne, hvad der vil stå på kontoen efter n terminer (antal indbetalinger) med en rentefod r og en indbetaling b pr. termin.

Sætning: (Opsparingsannuitet)

Om en opsparingsannuitet gælder

$$A = b \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

hvor b er det indbetalte beløb per termin

A er beløbet på kontoen umiddelbart efter sidste indbetaling.

r er renten pr. termin

n er antal indbetalinger

Se filmen og følg selv med i nspire.

[Microsoft Stream](#)

Eksempler på beregninger i en opsparingsannuitet.

A ubekendt:

På en børneopsparing indsættes 3000 kr. hvert år d. 1. januar. Hvor meget står der på kontoen umiddelbart efter den 12. indbetaling, når renten i hele perioden er 3,25% p.a.?

Løsning: Man har altså $b = 3000$, $n = 12$ og $r = 3,25\% = 0,0325$

Oplysningerne indsættes i formlen:

$$A = b \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

Så ser udregningen således ud:

$$A = 3000 \cdot \frac{(1 + 0,0325)^{12} - 1}{0,0325} = 43185,85645124$$

Der vil altså stå ca. 43185,86 kr. på kontoen.

b ubekendt:

Der skal opspares 5000 kr. til en studierejse. Hvad skal der indsættes på en bankkonto hver måned i 13 måneder, hvis den månedlige rente er 0,2%?

Løsning: Man har altså $A = 5000$, $n = 13$ og $r = 0,2\% = 0,002$

Oplysningerne indsættes i formlen:

$$A = b \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

Så ser udregningen således ud:

$$5000 = b \cdot \frac{(1 + 0,002)^{13} - 1}{0,002}$$



Ligningen løses for b vha. WordMat.

$$b = 380,0215167084$$

Man skal altså indbetale ca. 380,02 kr. om måneden i 13 måneder.

n ubekendt:

Der skal opspares 100000 kr. til et kørekort og en brugt bil. Hvor længe skal man spare op, hvis man har råd til at lægge 3000 til side hvert halve år og den halvårlige rente er 2%?

Løsning: Man har altså $A = 100000$, $b = 3000$ og $r = 2\% = 0,02$

Oplysningerne indsættes i formlen:

$$A = b \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

Så ser udregningen således ud:

$$100000 = 3000 \cdot \frac{(1 + 0,02)^n - 1}{0,02}$$



Ligningen løses for n vha. WordMat.

$$n = 50,49834979184 \cdot \ln\left(\frac{5}{3}\right) \approx 25,79585103157$$

Da opsparingen vokser ”i hop” for hver indbetaling skal man altid runde n op til nærmeste hele tal. Her betyder det, at man skal spare op i 26 halve år, hvilket svarer til 13 år for at have mindst 100000 kr.

r ubekendt:

En oldemor opretter en konto til hendes oldebarn. Hun indsætter årligt 1200 kr. og i løbet af 15 år står der 19500 kr. på kontoen. Hvilken årlig rente har kontoen givet?

Løsning: Man har altså $A = 19500$, $b = 1200$ og $n = 15$

Oplysningerne indsættes i formlen:

$$A = b \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

Så ser udregningen således ud:

$$19500 = 1200 \cdot \frac{(1 + r)^{15} - 1}{r}$$



Ligningen løses for r vha. WordMat.

$$r = -2,269571639586 \quad \vee \quad r = 0,01132919254658$$

Den ene løsning (den negative) er ikke gyldig.

Vi kan derfor konstatere at den årlige rente har været på ca. 1,1%.

Annuitetslån

Et annuitetslån er et lån, hvor man betaler det samme beløb hver termin, til at dække renter og afdrag på gælden. Hvis man låner 5000 kr. (det beløb man låner kaldes hovedstolen) til en rente på 10% p.a. og afdrager med 2010,57 kr. hvert år, sker der følgende.

- Efter et år er gælden vokset til $5000 \text{ kr.} \cdot 1,1 = 5500 \text{ kr.}$, der afdrages med 2010,57 kr., og gælden er nu 3489,43 kr.
- Et år senere er gælden vokset til $3489,43 \text{ kr.} \cdot 1,1 = 3838,37 \text{ kr.}$. Nu betaler man (afdrages med) 2010,57 kr. og skylder nu 1827,80 kr.
- Et år efter er det vokset til $1,1 \cdot 1827,8 \text{ kr.} = 2010,57 \text{ kr.}$, så er man gældsfri, næste gang man indbetaler 2010,57 kr.

Som med annuitets-lån er det nemmere og smartere med en formel.

Sætning: (Gældsannuitet)

Om en gældsannuitet gælder

$$G = y \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

$\Leftrightarrow$

$$y = G \cdot \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}$$

hvor G er hovedstolen (det lånte beløb)

r er renten per termin

y er ydelsen per termin

n er antal terminer

Se filmen og følg selv med i nspire.

[Microsoft Stream](#)

Eksempler på beregninger i en gældsannuitet.

G ubekendt:

Hvor meget kan man låne, hvis man har råd til at betale 5000 kr. om måneden over 20 år, når renten er 0,7% pr. måned.

Løsning: Man har altså $y = 5000$, $n = 12 \cdot 20 = 240$

og $r = 0,7\% = 0,007$

Oplysningerne indsættes i formlen:

$$G = y \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

Så ser udregningen således ud:

$$G = 5000 \cdot \frac{1 - (1 + 0,007)^{-240}}{0,007} = 580380,0243626$$

Man kan altså låne ca. 580380,02 kr.

y ubekendt:

Der lånes 100000 kr. til et kørekort og en brugt bil. Hvad bliver den halvårlige ydelse, når renten er 4% pr. halvår og lånet tilbagebetales over en 10-årig periode.

Løsning: Man har altså $G = 100000$, $n = 20$ og $r = 4\% = 0,04$

Oplysningerne indsættes i formlen:

$$G = y \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

Så ser udregningen således ud:

$$100000 = y \cdot \frac{1 - (1 + 0,04)^{-20}}{0,04}$$



Ligningen løses for y vha. WordMat.

$$y = 7358,175032863$$

Man skal altså betale ca. 7358,18 kr. pr. halvår i 10 år.

n ubekendt:

Der lånes igen 100000 kr. til et kørekort og en brugt bil. Hvor længe er man om at betale tilbage, når man har råd til at betale 1000 kr. om måneden og den månedlige rente er 0,7%?

Løsning: Man har altså $G = 100000$, $y = 1000$ og $r = 0,7\% = 0,007$

Oplysningerne indsættes i formlen:

$$G = y \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

Så ser udregningen således ud:

$$100000 = 1000 \cdot \frac{1 - (1 + 0,007)^{-n}}{0,007}$$



Ligningen løses for n vha. WordMat.

$$n = 172,5974014357$$

Der skal altså betales tilbage i 173 måneder (14 år og 5 måneder).

r ubekendt: Find selv på et eksempel og regn det ud 😊

$$A = b \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

$$G = y \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

Opgaver Annuitets-opsparing og lån:

Opgave 12 : Opsparing.

På en børneopsparing, der forrentes med 1,5 % p.a., indsættes hvert år 3000 kr.

a) Hvor meget står der på kontoen umiddelbart efter den 12. indbetaling?

- c) På en anden opsparingskonto, der forrentes med 0,1 % pr. måned, indsættes der hver måned 200 kr. Hvor mange indbetalinger skal der foretages før beløbet overstiger 5000 kr. ?

Opgave 13: Gæld.

Et billån på 120.000 kr. tilbagebetales over 5 år. I den ene bank er renten 13,1 % p.a.

- a) Beregn den årlige ydelse.
b) I en anden bank er den årlige ydelse for det samme billån kun 30.000 kr.
Beregn den årlige rente.

Opgave 14: Studielån.

En studerende låner hver måned 3273 kr.(maksimale beløb 2022) første gang d. 1. september 2003 og sidste gang d. 1. juni 2007. Renten er i hele denne periode 0,33 % pr. måned.

- a) Hvor mange gange har den studerende lånt penge? Her kan Excel hjælpe dig:
Skriv 01-09-2003 i en celle og nedenunder skriver du 01-10-2003. Markere de to celler og træk ned.
b) Hvor meget skylder den studerende umiddelbart efter det sidste lån?

Der kommer nu en periode, hvor der hverken lånes mere eller afbetales på gælden. I denne periode er den månedlige rente 0,083 %.

- c) Hvor stor er gælden d. 1. januar 2009? (ingen rente for denne måned)

Gælden afbetales nu over 15 år med månedlige terminer (hvor mange terminer er det?). Den månedlige rente er 0,083 %.

- d) Beregn den månedlige ydelse.
e) Hvor meget har den studerende lånt i alt og hvor meget betaler vedkommende tilbage?

Retter opgaver Annuitets-opsparing og lån:

Opgave 12 : Opsparing.

På en børneopsparing, der forrentes med 1,5 % p.a., indsættes hvert år 3000 kr.

- a) Hvor meget står der på kontoen umiddelbart efter den 12. indbetaling?

$$A = 3000 \cdot \frac{(1 + 0,015)^{12} - 1}{0,015} \approx 39123,63$$

Der står ca. 39123,63 kr.

På en anden opsparingskonto, der forrentes med 0,1 % pr. måned, indsættes der hver måned 200 kr.

b) Hvor mange indbetalinger skal der foretages før beløbet overstiger 5000 kr.?

$$5000 = 200 \cdot \frac{(1 + 0,001)^n - 1}{0,001}$$

⇕ *Ligningen løses for n vha. WordMat.*

$$n = \ln\left(\frac{41}{40}\right) \cdot 1000,5 \approx 24,70496$$

Der skal indbetales 25 måneder.

Opgave 13: Gæld.

Et billån på 120.000 kr. tilbagebetales over 5 år. I den ene bank er renten 13,1 % p.a.

a) Beregn den årlige ydelse.

$$120000 = y \cdot \frac{1 - (1 + 0,131)^{-5}}{0,131}$$

⇕ *Ligningen løses for y vha. WordMat.*

$$y = 34201,02896718$$

Den årlige ydelse er ca. 34201,03 kr

I en anden bank er den årlige ydelse for det samme billån kun 30.000 kr.

b) Beregn den årlige rente.

$$120000 = 30000 \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-5}}{r}$$

⇕ *Ligningen løses for r vha. WordMat.*

$$r = 0,07930826088978$$

Her er renten ca. 7,9%

Opgave 14 : Studielån.

En studerende låner hver måned 3.273 kr. (det første gang d. 1. september 2003 og sidste gang d. 1. juni 2007. Renten er i hele denne periode 0,33 % pr. måned.

- a) Hvor mange gange har den studerende lånt penge? Her kan Excel hjælpe dig:
Skriv 01-09-2003 i en celle og nedenunder skriver du 01-10-2003. Markere de to celler og træk ned.

Den studerende låner penge over en periode på 46 måneder.

- b) Hvor meget skylder den studerende umiddelbart efter det sidste lån?

Selvom det er et lån, så "opbygges" lånet efter opsparingsprincippet, derfor:

$$\text{Lån} = 3273 \cdot \frac{(1 + 0,0033)^{46} - 1}{0,0033} \approx 162297,7301869396$$

Personen skylder ca. 162297,73kr.

HUSK at tænke over dette, hvis I tager SU-lån.

Der kommer nu en periode, hvor der hverken lånes mere eller afbetales på gælden. I denne periode er den månedlige rente 0,083 %.

- c) Hvor stor er gælden d. 1. januar 2009 ?

Beløbet forøges stadigt med renten men ikke med det månedlige beløb på 2313 kr. Derfor kan vi bruge renteformlen:

$$\text{Lån} = 162297,73 \cdot (1 + 0,00083)^{18} = 164739,6405036714$$

Personen skylder nu ca. 164739,64 kr.

Gælden afbetales nu over 15 år med månedlige terminer (hvor mange terminer er det?). Den månedlige rente er 0,083 %.

- d) Beregn den månedlige ydelse.

$$164739,64 = y \cdot \frac{1 - (1 + 0,00083)^{-15 \cdot 12}}{0,00083}$$

⇕ *Ligningen løses for y vha. WordMat.*

$$y = 985,6679$$

Den månedlige ydelse er ca. 985,67 kr.

- e) Hvor meget har den studerende lånt i alt og hvor meget betaler vedkommende tilbage?

Den studerende har samlet lånt, fået i hånden,

$3273 \cdot 46 = 150558$ kr., men tilbagebetaler:

$$985,67 \cdot 12 \cdot 15 \approx 177420,6$$

177420,60 kr.

Det betyder at det har kostet den studerende:

$$177420,60 - 150558 \approx 26862,6$$

26862,60 kr. at lave et SU-lån.

Lidt mere virkelighed - bliv klogere på begreber.

Som optakt til en autentisk gruppe-opgave på økonomi studiet skal I lave følgende:

- Afsnit af luksusfælden fra den 28.08.2011 fra CFU og et afsnit af kontant på DR1 "fanget i kviklånefælden" fra 08.04.2014 også fra CFU
- Lav nu følgende opgaver evt. sammen med din makker.
Opgaverne kan besvares vha. <http://laaneberegner.nu/>

Hvad er forskellen på pålydende rente og debitorrente (effektiv rente)?

Vha. af excel og "funktionen" EFFEKTIV.RENTE kan man omregne pålydende rente til debitorrente. f.eks. EFFEKTIV.RENTE(0,05;2) - Prøv engang.

Et lån på 10.000 kr. har en årlig rente på 10 procent.

Hvis renten bliver tilskrevet hvert halvår, hvad er så den årlige debitorrente?

Bliver renten derimod tilskrevet hver måned, bliver den årlige debitorrente?

ÅOP, hvad dækker den betegnelse over?

Hvorfor er ÅOP vigtig, særlig når man skal sammenligne lån?

”Lav nu et lån” i låneberegner - først uden gebyr og stiftelsesomkostninger.

Hvordan stemmer beregningerne overens med annuitetsformlen?

Læg nu nogle gebyr og stiftelsesomkostninger på lånet.

Gennemskue nu det skema som opstår og lav et lignende skema i excel eller nspire.

Gennemskue de tal som siden giver ude til højre - lav udregninger hvor du selv får de påstået tal (særlig ÅOP er lidt svær).

Retter:

Svarene på opgaverne.

Hvad er forskellen på pålydende rente og debitorrente (effektiv rente)?

Det skal siges at begreberne kan dække over lidt forskellige ting, alt efter hvor man læser, men hoved-ideen er den samme.

Pålydende rente

Pålydende rente er den rente, som man beregner lånets rente, afdrag og ydelser ud fra. Det er den rentesats, som står angivet i lånedokumentet og som benyttes til at styre afviklingen af lånet. Denne rentesats tager ikke højde for hvor mange gange i løbet af et år, som du skal betale terminer. Rentesatsen er altså den samme, ligegyldigt om man betaler månedligt, kvartårlig, halvårligt eller kun én gang om året.

Debitorrente

Kort fortalt, lånets årlige rente inklusive renters rente og varierer efter, hvor ofte der er rentetilskrivning på lånet.

Hvad er formelen for debitorrenten når den pålydende rente ($r_{\text{pålydende}}$) er kendt?

$$\left(1 + \frac{r_{\text{pålydende}}}{\text{antal terminer pr. år}(n)}\right)^n - 1$$

En pålydende rente på f.eks. 10% årligt med tilbagebetaling hvert kvartal vil i bankens øjne betyde:

$$\frac{10\%}{4} = 2.5\%$$

Et lån på 10.000 kr. har en årlig rente på 10 procent. Hvis renten bliver tilskrevet hvert halvår, hvad er så den årlige debitorrente?

$$\text{debitor rente} = \left(1 + \frac{0,10}{2}\right)^2 - 1 = 0,1025$$

Altså 10,25%

Bliver renten derimod tilskrevet hver måned, bliver den årlige debitorrente?

$$\text{debitor rente} = \left(1 + \frac{0,10}{12}\right)^{12} - 1 \approx 0,1047130674$$

Altså ca. 10,47%

ÅOP, hvad dækker den betegnelse over?

Årlige omkostninger i procent, altså tallet indeholder diverse gebyrer m.m.

Hvorfor er ÅOP vigtig, særlig når man skal sammenligne lån?

Fordi det giver et reelt billede af hvad ens lån koster.

”Lav nu et lån” i låneberegner - først uden gebyr og stiftelsesomkostninger.

f.eks.

Thomas Møller Harvig
Frederiksværk Gymnasium & HF

Lånebeløb: 1.000.000 kr.

Pålydende rente: 2,00 %

Debitorrente: 2,00 %

Løbetid: 36 år

Stiftelsesomkostninger: 0 kr.

Månedligt gebyr: 0 kr.

År	Afdrag	Rente	Gebyr	Ydelse	Restgæld
1	19.232,85	20.000,00	0,00	39.232,85	980.767,15
2	19.617,51	19.615,34	0,00	39.232,85	961.149,64
3	20.009,86	19.222,99	0,00	39.232,85	941.139,78
4	20.410,06	18.822,80	0,00	39.232,85	920.729,72
5	20.818,26	18.414,59	0,00	39.232,85	899.911,46
6	21.234,62	17.998,23	0,00	39.232,85	878.676,84
7	21.659,32	17.573,54	0,00	39.232,85	857.017,52
8	22.092,50	17.140,35	0,00	39.232,85	834.925,02

Hvordan stemmer beregningerne overens med annuitetsformlen?

$$1000000 = y \cdot \frac{1 - (1 + 0.02)^{-36}}{0.02}$$

⇕ *Ligningen løses for y vha. CAS-værktøjet WordMat.*

$$y = 39232,8526$$

Her var der overenstemmelse.

Vi laver skemaet i nspire:

hovedstol	rente			
1000000	0.02			
år	ydelse	rente	afdrag	ny_hovedstol
1	39232.85	20000.	19232.85	980767.15
2	39232.85	19615.343	19617.5...	961149.64
3	39232.85	19222.993	20009.8...	941139.79
4	39232.85	18822.796	20410.0...	920729.73
5	39232.85	18414.595	20818.2...	899911.48
6	39232.85	17998.23	21234.62	878676.86

År	Afdrag	Rente	Gebyr	Ydelse	Restgæld
1	19.232,85	20.000,00	0,00	39.232,85	980.767,15
2	19.617,51	19.615,34	0,00	39.232,85	961.149,64
3	20.009,86	19.222,99	0,00	39.232,85	941.139,78
4	20.410,06	18.822,80	0,00	39.232,85	920.729,72
5	20.818,26	18.414,59	0,00	39.232,85	899.911,46
6	21.234,62	17.998,23	0,00	39.232,85	878.676,84
7	21.659,32	17.573,54	0,00	39.232,85	857.017,52
8	22.092,50	17.140,35	0,00	39.232,85	834.925,02

Passer fint overens.

Læg nu nogle gebyr og stiftelsesomkostninger på lånet f.eks. 10.000 kr. lånes til pålydende rente på 2% med kvartal betaling.

Gebyr ved hvert kvartal er 100 kr. og stiftelsesomkostningerne er 1000 kr.

Oplysninger om lånet

Her er hvad du har indtastet om lånet.

Lånebeløb: 10.000 kr.
Pålydende rente: 2,00 %
Debitorrente: 2,02 %
Løbetid: 36 kvartaler
Stiftelsesomkostninger: 1.000 kr.
Månedligt gebyr: 100 kr.

LAV NY BEREGNING

Ydelse pr. termin på lånet

435 kr.

ÅOP - Årlig omkostning i procent

11,04%

Betalingsforløb for lånet

Nedenfor kan du se de beløb, som du skal betale tilbage hver termin på lånet.

Kvartal	Afdrag	Rente	Gebyr	Ydelse	Restgæld
1	279,64	55,00	100,00	434,64	10.720,36
2	281,04	53,60	100,00	434,64	10.439,32
3	282,44	52,20	100,00	434,64	10.156,87
4	283,86	50,78	100,00	434,64	9.873,02
5	285,28	49,37	100,00	434,64	9.587,74
6	286,70	47,94	100,00	434,64	9.301,04
7	288,14	46,51	100,00	434,64	9.012,90
8	289,58	45,06	100,00	434,64	8.723,33
9	291,02	43,62	100,00	434,64	8.432,30
10	292,48	42,16	100,00	434,64	8.139,82

Du får udbetalt 10.000 kr.

Kvartalsvis ydelse på lånet er 435 kr.

Samlet set skal du betale 15.647 kr. tilbage på dit optagede lån i løbet af 36 kvartaler. De samlede kreditomkostninger er i alt på 5.647 kr.

Over perioden på 36 kvartaler vil du få et skattefradrag for dine renteudgifter på 352 kr.

Lånets pålydende rente er på 2,00%, som er baseret på kvartalvis renteberegning. Årlig nominel rente (Også kaldet debitorrente eller effektiv rente) er 2,02%

Den årlige omkostningsprocent (ÅOP) er beregnet 11,04% før skat. ÅOP efter skat er beregnet til 10,39%.
Omkostningerne udgøres af renten på lånet, samt

Gennemskue de tal som siden giver ude til højre - lav udregninger hvor du/I selv får de påstået tal.

Det betyder, at I skal gøre rede for:

Debitorrente, ydelsen, det man samlet skal betale, samlede kreditomkostninger og Åop.

Debitorrente:

$$\left(1 + \frac{0.02}{4}\right)^4 - 1 \approx 0,02015050062$$

Debitorrente er derfor ca. 2.02%

Vi udregner ydelsen:

$$11000 = y \cdot \frac{1 - (1 + 0.02/4)^{-36}}{0.02/4}$$

⇕ Ligningen løses for y vha. CAS-værktøjet WordMat.

$$y = 334,641312$$

Hertil lægges de 100 kr. i gebyr. Derfor 434.64.

Samlet skal man betale $434.64 \cdot 36 = 15647,04$ kr.

Derfor er de samlede kreditomkostninger: $15647 - 10000 = 5647$ kr.

Vi skal nu udregne ÅOP:

$$10000 = 434,64 \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-36}}{r}$$

↕ *Ligningen løses for r vha. CAS-værktøjet WordMat.*

$$r = -1,899819495 \vee r = 0,02653087424$$

Fordi der er tale om kvartalsvis betaling:

$$(1 + 0,02653087424)^4 \approx 1,110422015$$

Svarende til en ÅOP på ca. 11,04%

Gruppeopgave finansøkonom.

Du (I) arbejder i en bank og skal rådgive en kunde i forhold til et billån.

Kunden vil gerne tage et billån på 250.000 kr., med en rente på 7 %, stiftelsesomkostninger på 13150 kr. og over 96 måneder - svarende til et realistisk coop-lån.

Men kunden forstår ikke det med lån og har medbragt et klip fra låneberegner

Oplysninger om lånet

Her er hvad du har indtastet om lånet.

Lånebeløb: 250.000 kr.
Pålydende rente: 7,00 %
Debitorrente: 7,23 %
Løbetid: 96 måneder
Stiftelsesomkostninger: 13.150 kr.
Månedligt gebyr: 0 kr.

LAV NY BEREGNING

Ydelse pr. termin på lånet

3.588 kr.

ÅOP - Årlig omkostning i procent

8,75%

Du (I) skal forklare og vise udregningerne for alle de tal som fremgår af billedet.